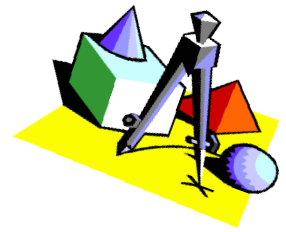


Aufgabenblatt 3 / Klasse 12

Kombinatorik und Bernoulli



Aufgabe 1. Kombinatorik

Wie viele unterschiedliche Möglichkeiten zur Bildung eines Login-Passwortes gibt es, wenn das Passwort aus genau zwei unterschiedlichen Buchstaben des Alphabets (insgesamt 26 Buchstaben, Groß- und Kleinschreibung ohne Bedeutung) und einer Zahl aus mindestens 2, maximal 4 Ziffern besteht, wobei eine "0" an jeder Stelle möglich ist ?

Aufgabe 2. Kombinatorik

In einem Zimmer gibt es 7 Lampen, die unabhängig voneinander aus- und eingeschaltet werden können. Wie viele Arten der Beleuchtung gibt es insgesamt?

Aufgabe 3. Kombinatorik

Ein Zug besteht aus 4 verschiedenen Wagentypen. Innerhalb eines Typs sind die Wagen nicht unterschiedenen:

- 4 Wagen der 1. Klasse,
- 7 Wagen der 2. Klasse,
- 1 Speisewagen,
- 2 Gepäckwagen.

Wie viele unterscheidbare Wagenfolgen sind möglich

- a) wenn die Wagen beliebig eingereiht werden dürfen?
- b) wenn die Wagen der 1. Klasse nicht getrennt werden dürfen?

Aufgabe 4. Kombinatorik und Bernoulli

In einer Tüte mit 10 Birnen ist eine Birne mit einer Wahrscheinlichkeit von 40% faul. Gib alle Wahrscheinlichkeiten in Prozent an.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle Birnen faul sind?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass keine Birne faul ist?
- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die ersten drei Birnen faul sind?
- d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass nur die ersten drei Birnen faul sind?
- e) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau drei Birnen faul sind?

Aufgabe 5. Kombinatorik und Bernoulli

Bei einer Chipproduktion sind im Schnitt 3% fehlerhaft.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 200 zufällig ausgewählten Chips weniger als 5 Chips fehlerhaft sind?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 200 zufällig ausgewählten Chips mehr als 10 Chips fehlerhaft sind?

Aufgabe 6. Bernoulli (nicht ganz leicht)

Bei einem bestimmten Multiple Choice Test werden 4 Antworten angeboten, von denen aber jeweils nur eine richtig ist. Der Test ist so angelegt, dass bei reinem Raten mit einer Wahrscheinlichkeit von wenigstens 99% mindestens eine Antwort richtig ist.

Wie viele Fragen muss der Test dann wenigsten enthalten?

Aufgabenblatt 3 / Klasse 12

Lösungsvorschläge

Aufgabe 1. Kombinatorik

$$26 \cdot 25 \cdot (10^2 + 10^3 + 10^4) = 7\,215\,000$$

Aufgabe 2. Kombinatorik

$$\sum_{i=0}^7 \binom{7}{i} = \binom{7}{0} + \binom{7}{1} + \binom{7}{2} + \binom{7}{3} + \binom{7}{4} + \binom{7}{5} + \binom{7}{6} + \binom{7}{7} = 128 \quad \text{oder}$$

Wort aus 2 Buchstaben der Länge 7, damit gibt es $2^7 = 128$

Aufgabe 3. Kombinatorik

$$a) \frac{14!}{4! \cdot 7! \cdot 1! \cdot 2!} = 360\,360$$

$$b) \frac{11!}{1! \cdot 7! \cdot 1! \cdot 2!} = 3\,960$$

Aufgabe 4. Kombinatorik und Bernoulli

$$a) 0,4^{10} \approx 0,0001 = 0,01 \%$$

$$b) 0,6^{10} \approx 0,00604 \approx 0,6 \%$$

$$c) 0,4^3 = 0,064 = 6,4 \%$$

$$d) 0,4^3 \cdot 0,6^7 \approx 0,00179 \approx 0,2 \%$$

$$e) B(10; 0,4; 3) = \binom{10}{3} \cdot 0,4^3 \cdot 0,6^7 = 120 \cdot 0,4^3 \cdot 0,6^7 = 120 \cdot 0,00179 = 0,2148 = 21,48\%$$

Aufgabe 5. Kombinatorik und Bernoulli

$$a) P(X \leq 4) = B(200; 0,03; 4) = 0,281 \approx 28 \%$$

$$b) P(X \geq 11) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - \sum_{i=0}^{10} B(200; 0,03; i) = 1 - 0,9599 \approx 4 \%$$

Aufgabe 6. Bernoulli

Bernoulli Kette der Länge n (noch unbekannt) mit Trefferwahrscheinlichkeit $25\% = 0,25$.

X ist die Zufallsvariable, die die Anzahl richtiger Antworten zählt.

Damit gilt:

$$P_{0,25}^n(X \geq 1) \geq 0,99 \quad \Leftrightarrow \text{(Gegeneignis)}$$

$$1 - P_{0,25}^n(X = 0) \geq 0,99 \quad \Leftrightarrow$$

$$1 - \binom{n}{0} \cdot 0,25^0 \cdot 0,75^n \geq 0,99 \quad \Leftrightarrow$$

$$1 - 0,75^n \geq 0,99 \quad \Leftrightarrow$$

$$0,75^n \leq 0,01 \quad \Leftrightarrow \text{(logarithmieren)}$$

$$n \cdot \ln(0,75) \leq \ln(0,01) \quad \Leftrightarrow (0,75 < 1, \text{ daher ist } \ln(0,75) < 0, \text{ daher dreht sich } \leq \text{ um})$$

$$n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,75)} \approx 16,01$$

Damit muss der Test mindestens 17 Fragen enthalten.