

Trigonometrie

Mathematik Klasse 12

Winkelmessung



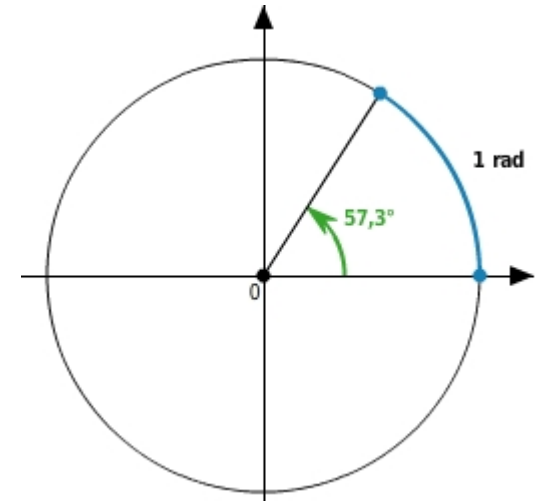
Zu jedem Mittelpunktswinkel am Einheitskreis gehört ein Kreisbogen (blauer Bogen) auf dem Einheitskreis.

Die Länge des Kreisbogens ist ein Maß für die Größe des Winkels.

Dieses Maß wird als **Bogenmaß** bezeichnet und trägt die Einheit **Radian**, abgekürzt **rad**.

Einem Vollwinkel (= 360) entspricht das Bogenmaß 2π rad.

Das Bogenmaß 1 rad entspricht einem Winkel von $360 / 2\pi \approx 57.29578$, also etwa 57.3.



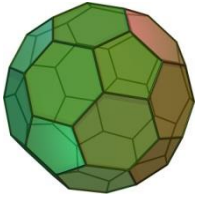
Umrechnungsformel

$$\alpha_{\text{rad}} = \frac{\alpha_{\text{grad}}}{360^\circ} \cdot 2\pi$$

Übung

Rechne in Bogenmaß um: a) 90° b) 40° c) 120° d) 17°

Rechne in Grad um: a) π b) $\pi/4$ c) 6π d) 2,4



Trigonometrie

Mathematik Klasse 12



Sinus Cosinus Tangens Cotangens

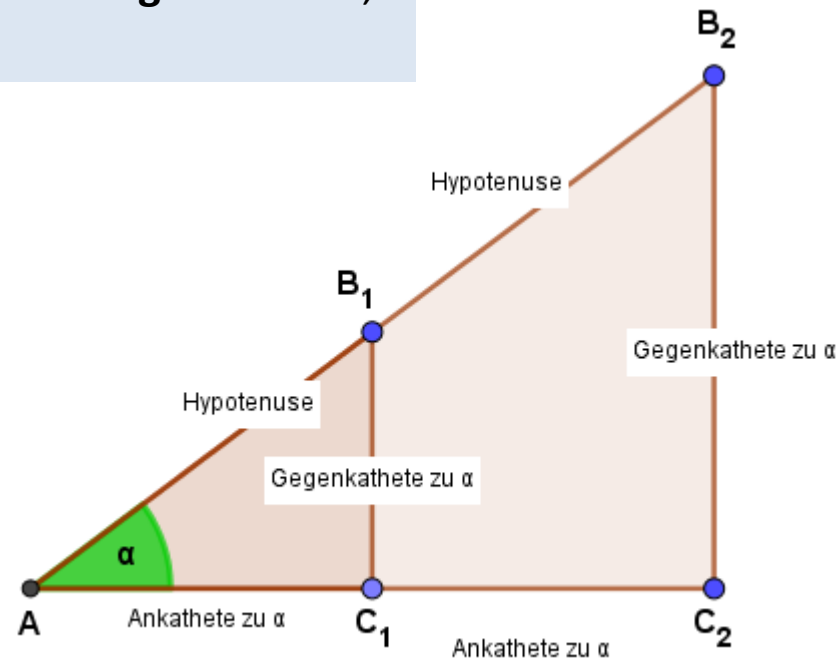
Nomenklatur am rechtwinkligen Dreieck:

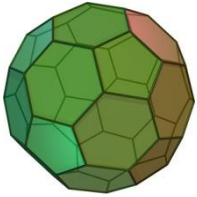
Die längste Seite eines rechtwinkligen Dreiecks heißt **Hypotenuse**.

Die Seite gegenüber eines nicht 90° Winkels α heißt **Gegenkathete**, die andere Seite heißt **Ankathete** zum Winkel α .

Die Dreiecke AB_1C_1 und AB_2C_2 sind ähnlich, daher ist das Seitenverhältnis entsprechender Seiten gleich, z.B.: $\frac{\overline{C_1B_1}}{\overline{AB_1}} = \frac{\overline{C_2B_2}}{\overline{AB_2}}$

Zu jedem Winkel α eines rechtwinkligen Dreiecks gehört eine eindeutige Zahl, nämlich das Verhältnis von Gegenkathete zur Hypotenuse. Diese Zahl heißt der **Sinus** des Winkels α .





Trigonometrie

Mathematik Klasse 12



Sinus Cosinus Tangens Cotangens

Zu jedem Winkel α eines rechtwinkligen Dreiecks gehört eine eindeutige Zahl, nämlich das Verhältnis von Ankathete zur Hypotenuse.

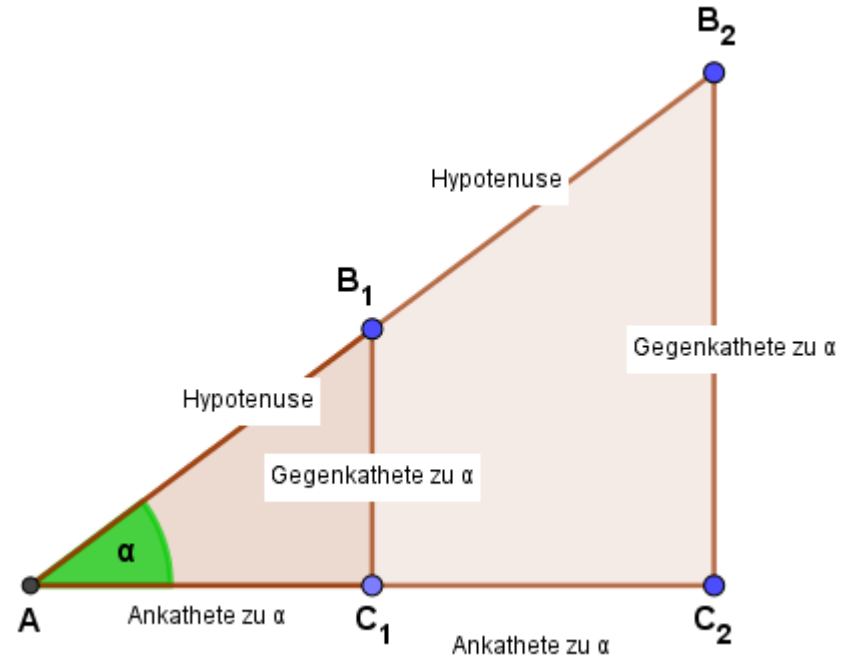
Diese Zahl heißt der **Cosinus** des Winkels α .

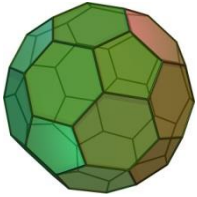
Zu jedem Winkel α eines rechtwinkligen Dreiecks gehört eine eindeutige Zahl, nämlich das Verhältnis von Gegenkathete zur Ankathete .

Diese Zahl heißt der **Tangens** des Winkels α .

Zu jedem Winkel α eines rechtwinkligen Dreiecks gehört eine eindeutige Zahl, nämlich das Verhältnis von Ankathete zur Gegenkathete .

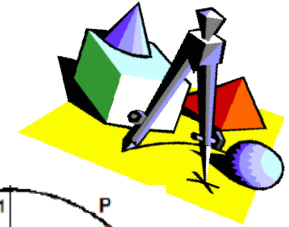
Diese Zahl heißt der **Cotangens** des Winkels α .





Trigonometrie

Mathematik Klasse 12



Die Sinus Funktion

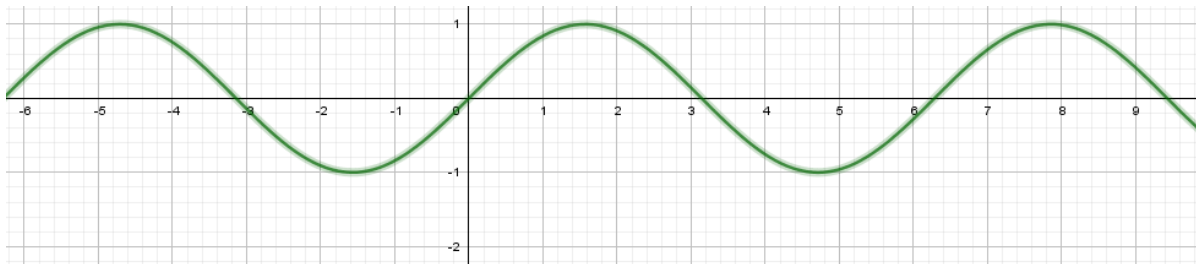
Man kann jede Zahl s auffassen als das Bogenmaß eines Winkels α . Dieser Zahl s kann man den Sinus dieses Winkels zuordnen.

Damit ist der Sinus eine Funktion von $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

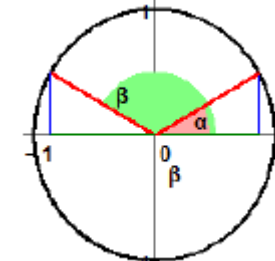
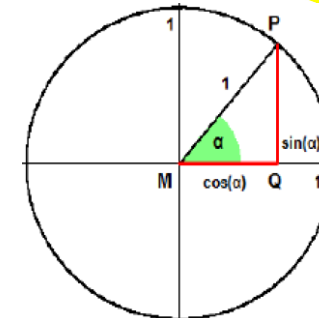
Eigenschaften der Sinusfunktion:

Die Funktion ist periodisch, Periodenlänge = 2π

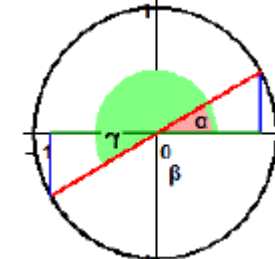
$\text{Def}_{\sin} = \mathbb{R}$, $\text{Bild}_{\sin} = [-1, 1]$



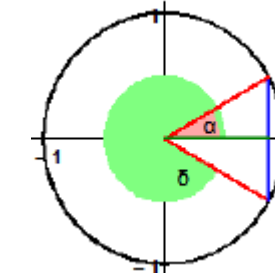
Der Sinus am Einheitskreis



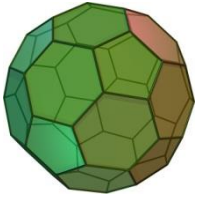
$$\sin(\beta) = \sin(\alpha)$$



$$\sin(\gamma) = -\sin(\alpha)$$

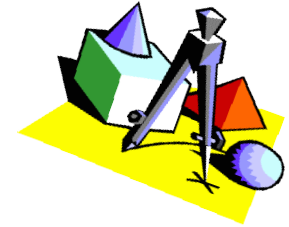


$$\sin(\delta) = -\sin(\alpha)$$

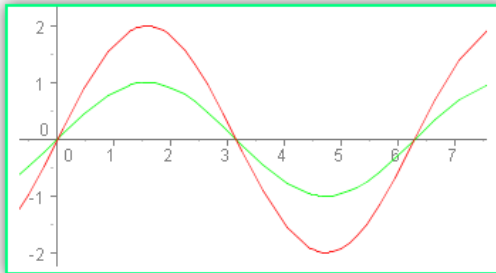


Trigonometrie

Mathematik Klasse 12

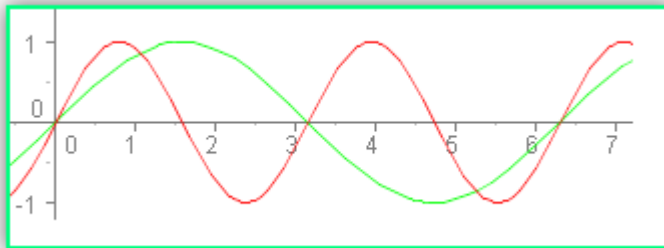


Die Sinus Funktion mit Parametern



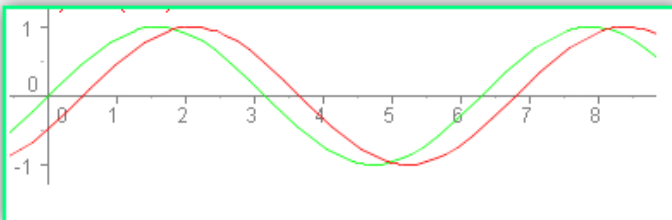
$$f(x) = a \cdot \sin(x)$$

Amplitude **a**: Stauchung / Streckung in y- Richtung um den Faktor **a**.



$$f(x) = \sin(b \cdot x)$$

Periodenlänge **b**: Stauchung / Streckung in x -Richtung um den Faktor **b**. Die Periode wird $\frac{2\pi}{b}$



$$f(x) = \sin(bx + c)$$

Phasenverschiebung **c**: Verschiebung auf der x - Achse um die Strecke $\frac{c}{b}$