1. Schulaufgabe 12.Klasse	22.10.2018
2.Teil mit Hilfsmittel	
Erwartungshorizont	
Thema: ***Differential und Integralrechnung am Beispiel ganzrationaler Funktionen und Stochastische Unabhängigkeit.***	

1.Analysis (30BE)

Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto -\frac{1}{21}(2x^3 + 12x^2 + 7x - 21)$ mit $x \epsilon \mathbb{R}$.

1. Nullstellen: $x_0 = 1$ ist Nullstelle (erraten)

   $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^3 + 12x^2 + 7x - 21 = 0$

   Polynomdivision:

   $(2x^3 + 12x^2 + 7x - 21) : (x - 1) = 2x^2 + 14x + 21$

   $-\underline{(2x^3 - 2x^2)}$

   $14x^2 + 7x$

   $\underline{-(14x^2 - 14x)}$

   $21x - 21$

   $\underline{-(21x - 21)}$

   0

   Mit Mitternachtsformel $2x^2 + 14x + 21 = 0$ ergibt:

   $x_1 \approx -4.82$ und $x_2 \approx -2.18$ sind weitere Nullstellen (alle einfach)

2. relativen Extrempunkte von G_f und Monoton Intervalle

   $f'(x) = -\frac{1}{21}(6x^2 + 24x + 7)$ $\quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 24x + 7 = 0$

   Mit Mitternachtsformel ergibt sich: $x_3 \approx -3.68$ und $x_4 \approx -0{,}32$ sind Nullstellen von f'

   $f''(x) = -\frac{1}{21}(12x + 24)$ $\quad f''(-3.68) > 0$ und $f''(-0{,}32) < 0$

   $f'(-3.68) = 0$ und $f''(-63.68) > 0 \Rightarrow$ $x_3 \approx -3.68$ ist TP

   $f'(-0{,}32) = 0$ und $f''(-0{,}32) > 0 \Rightarrow$ $x_4 \approx -0{,}32$ ist HP

   Die höchste Potenz eines Polynoms bestimmt das Verhalten des Graphen für $x \to \pm\infty$

   Also gilt in diesem Fall $x \to -\infty \Rightarrow f(x) \to +\infty$ und $x \to \infty \Rightarrow f(x) \to -\infty$

   Damit kann man die Monotonie Tabelle erstellen:

x	$-\infty < x < -3.68$	$x = -3.68$	$-3.68 < x < -0{,}32$	$x = -0{,}32$	$-0{,}32 < x < \infty$
f'	–	0	+	0	–
f	↘	TP	↗	HP	↘

3. Bestimmen Sie die Koordinaten des Wendepunktes. (__/2)

   $f''(x) = -\frac{1}{21}(12x + 24) \Leftrightarrow 12x + 24 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

   $f'''(x) = \frac{12}{21} \neq 0$ Damit ist $WP = (-2 | f(-2) = (2 | -\frac{1}{7})$

4. **Bestimmung der Steigung**

Tangente g(x) an den Punkt (0|f(0)) = (0|1) hat die Form:

$g(x) = mx + t$

Bestimmung der Steigung

Die Steigung m ist dieselbe Steigung wie die Steigung von f an der Stelle x = 0

Die Steigung von f an der Stelle x = 0 ist aber: $f'(0) = -\frac{1}{21}(6 \cdot 0^2 + 24 \cdot 0 + 7) = -\frac{1}{3}$

Damit gilt: $g(x) = -\frac{1}{3}x + t$

Bestimmung vom t

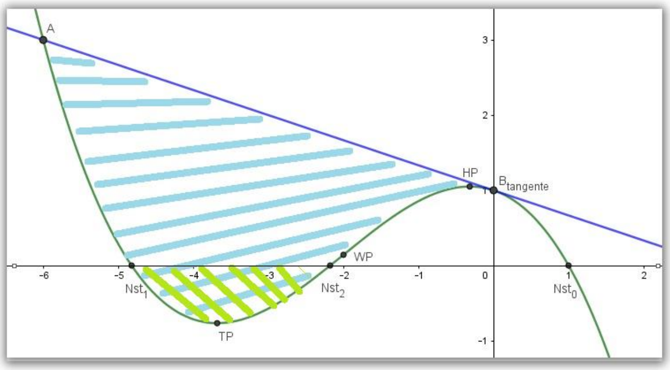
f(x) und g(x) haben einen gemeinsamen Punkt (0|1). Damit ist:

$f(0) = g(0)$, also $f(0) = 1 = g(0) = -\frac{1}{3} \cdot 0 + t \Rightarrow t = 1 \;\Rightarrow\; g(x) = -\frac{1}{3} + 1$

weiterer gemeinsamer Punkt

$g(-6) = -\frac{1}{3} \cdot (-6) + 1 = 3$ und $f(-6) = -\frac{1}{21} 2(-6)^3 + 12(-6)^2 + 7(-6) - 21 = 3$ (mit Taschenrechner)

5. Zeichnung



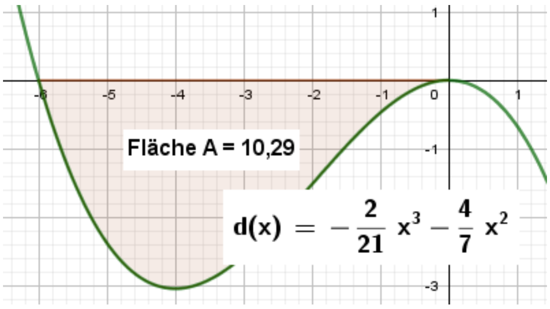
6. Flächeninhalt

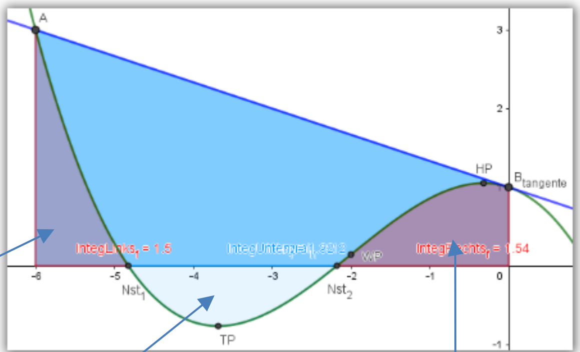
Der Flächeninhalt mit Differenzfunktion:

$d(x) = g(x) - f(x) = -\frac{2}{21}x^3 - \frac{4}{7}x^2$

$D(x) = \int \left(-\frac{2}{21}x^3 - \frac{4}{7}x^2\right) dx = -\frac{2}{84}x^4 - \frac{4}{21}x^3 + k$

$A = |D(-6) - D(0)| \approx 10{,}29$



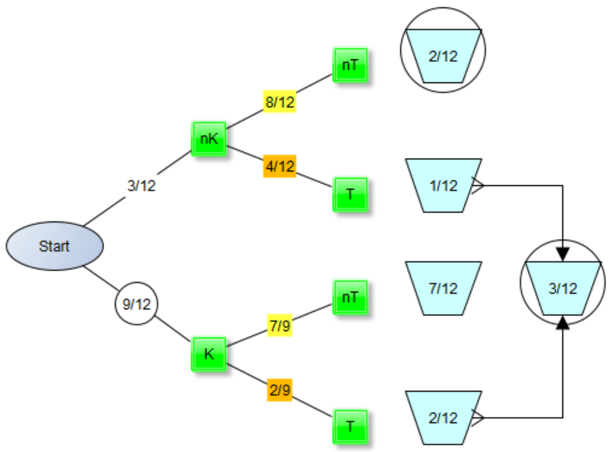


oder umständlicher:

$$\int_{-6}^{0} g(x)dx - \int_{-6}^{-4{,}82} f(x)dx - \int_{-2{,}18}^{0} f(x)dx + \int_{-2{,}18}^{-4{,}82} f(x) \approx 10{,}29$$

2. Stochastik (10BE)

1. Baumdiagramm



K ist der Anteil der Schüler, die Kunst gewählt haben.
$\overline{K}$ der Anteil der Schüler, die Musik gewählt haben.
T der Anteil der Schüler, die einen zusätzlichen Theaterkurs gewählt haben.
$\overline{T}$ der Anteil der Schüler, die keinen zusätzlichen Theaterkurs gewählt haben.

Die eingekreisten Felder stammen aus der Aufgabe, die Angaben in den anderen Feldern muss man erschließen, z.B:

Nicht gefordert: Vierfeldertafel

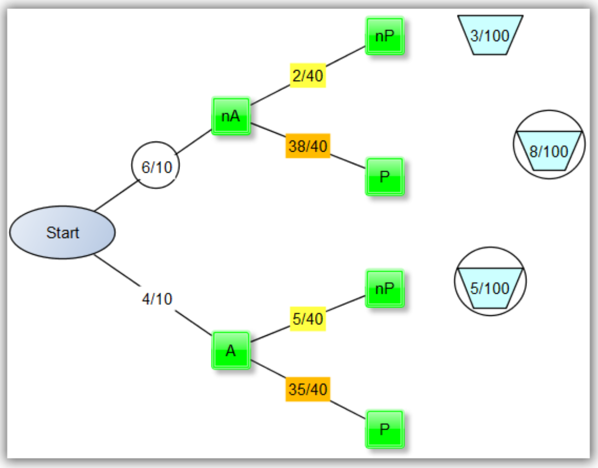
Die Angaben in den weißen Feldern stammen aus der Aufgabe, die Angaben in den grünen Feldern kann man erschließen.

1/12 von 240 Schüler haben zusätzlich zur Musik den Theaterkurs gewählt, das sind 20 Schüler.

	K	$\overline{K}$	
T	2/12	1/12	3/12
$\overline{T}$	7/12	2/12	9/12
	9/12	3/12	1

2. Baumdiagramm

A ist der Anteil der Autofahrten
$\overline{A}$ ist die Anzahl der Fahrten mit öffentlichen Verkehrsmitteln
P ist die Anzahl der pünktlichen Tage
$\overline{P}$ ist die Anzahl der unpünktlichen Tage
Bei stochastischer Unabhängigkeit müssten die gelben bzw die orangenen Knoten übereinstimmen, daher ist das Zu-Spät-Kommen und die Autofahrt mit dem Vater voneinander stochastisch abhängig.



Die eingekreisten Felder stammen aus der Aufgabe, die Angaben in den anderen Feldern muss man erschließen, z.B:
$5/100 + x = 8/100 \Rightarrow x = 3/100$ oder
2/40: $6/10 \cdot x = 3/100 \Rightarrow x = 1/20 = 2/40$ usw

Nicht gefordert: Vierfeldertafel

Man könnte das auch über eine Vierfeldertafel berechnen:
B ist das Ereignis: Benny ist mit dem Auto gekommen
C ist das Ereignis: Benny ist unpünktlich
P(B) = 40/100
P(C) = 8/100
P(B∩C) = 35/100 $\neq \frac{40 \cdot 8}{100 \cdot 100} = \frac{32}{1000}$ = P()B) · P© ⇒
Die beiden Ereignisse B und C sind stochastisch abhängig.

	A	$\overline{A}$	
P	0,35	0,57	0,92
$\overline{P}$	0,05	0,03	0,08
	0,4	0,6	1