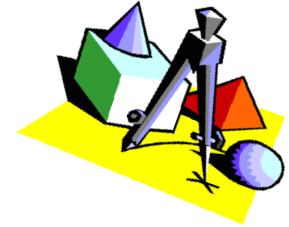


# Stochastik

## bedingte Wahrscheinlichkeit



### Definition:

#### ➤ **Bedingte Wahrscheinlichkeit**

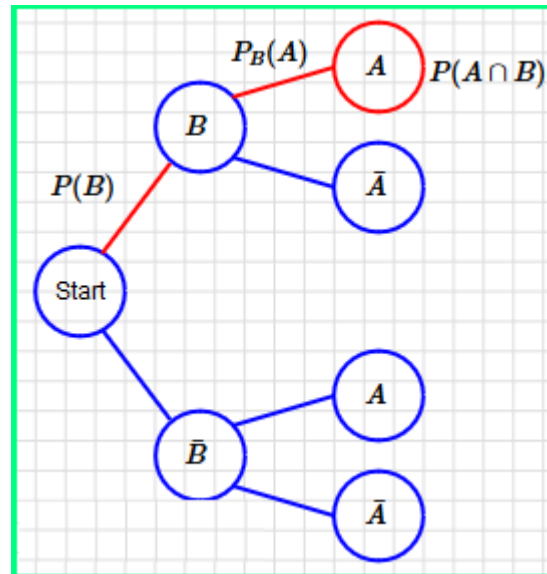
$P_B(A)$  bezeichnet die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses A unter der Bedingung, dass das Ereignis B eingetreten ist.

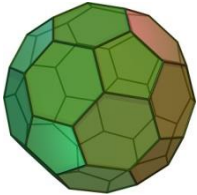
#### ➤ **Satz:**

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

#### ➤ **Erklärung:**

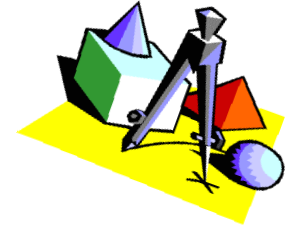
Die Pfadregel in Baumdiagrammen besagt:  
 $P(A \cap B) = P(B) \cdot P_B(A)$





# Stochastik

## bedingte Wahrscheinlichkeit



### ➤ **Simplex Beispiel**

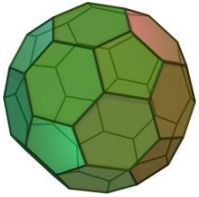
Von 20 Teilnehmern eines Breakdance-Kurses sind 4 Raucher. Unter den 12 männlichen Teilnehmern sind 3 Raucher. Für jeden Kurstag wird ein master of music aus einer Teilgruppe ausgewählt, diesmal sind die Raucher dran. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es ein Mann wird.

Bilde eine Vierfeldertafel mit den Anzahlen bzw mit den relativen Häufigkeiten

	M	$\bar{M}$	$\Sigma$
R	3	1	4
$\bar{R}$	9	7	16
$\Sigma$	12	8	20

	M	$\bar{M}$	$\Sigma$
R	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{4}{20}$
$\bar{R}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{16}{20}$
$\Sigma$	$\frac{12}{20}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{20}{20}$

Dann ergibt sich die Wahrscheinlichkeit, dass ein Mann ausgewählt wird unter der Voraussetzung, dass der oder die Ausgewählte Raucher ist, zu:  $\frac{3}{20} : \frac{4}{20} = \frac{3}{4} = 75\%$ , was man auch mit dem gesunden Menschenverstand herausbekommen hätte. Daher auf zu einer leicht komplizierteren Fragestellung:



# Stochastik

## bedingte Wahrscheinlichkeit



In einer Kirchengemeinde wird untersucht, wer von den verheirateten Paaren regelmäßig in die Kirche geht. Hierbei hat sich ergeben, dass 40 % der Männer und 50 % der Frauen regelmäßige Kirchgänger sind. Geht eine Frau in die Kirche, so geht ihr Mann mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,3 auch zum Gottesdienst.

- Wie groß ist die die Wahrscheinlichkeit dafür, dass
- beide Ehepartner regelmäßig in die Kirche gehen
  - eine Frau Kirchgängerin ist, wenn dies ihr Mann auch ist
  - genau einer der beiden Ehepartner regelmäßiger Kirchgänger ist.

M und F sollen die Ereignisse sein, dass ein Mann bzw. eine Frau in die Kirche geht. Dann ist  $P(M) = 0,4$  und  $P(F) = 0,5$ , außerdem  $P_F(M) = 0,3$ .

- a) Die Wahrscheinlichkeit, dass Mann **und** Frau in die Kirche gehen, ist dann nach dem Multiplikationssatz  $P(M \cap F) = P_F(M) \cdot P(F) = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15$ .

- b) Dass eine Frau in die Kirche geht, wenn ihr Mann dies auch tut, ist

$$P_M(F) = \frac{P(M \cap F)}{P(M)} = \frac{0,15}{0,4} = 0,375.$$

- c) Die Wahrscheinlichkeit, dass genau einer der beiden Ehepartner (also Mann oder Frau, aber nicht beide) regelmäßig zur Kirche geht, beträgt dann:

$$P(M \cup F) = P(M) + P(F) - P(M \cap F) = 0,4 + 0,5 - 0,15 = 0,75.$$



Hier zur Ergänzung ein Baumdiagramm, was aber zur Lösung der Aufgabe nicht nötig ist:

Die Werte der gelben Fenster stammen aus der Angabe, alle anderen Werte muss man erschließen

