

Folgen

Mathematik Klasse 12

Grundlegendes

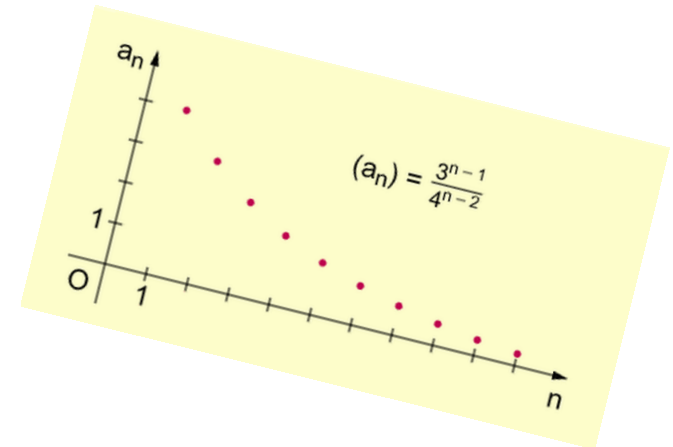


Definition: Eine Folge ist eine Abbildung mit der Definitionsmenge \mathbb{N} und der Wertemenge \mathbb{R}

Man kann sich eine Folge als eine Serie von Zahlen vorstellen, die durchnummeriert sind. Die Folgeglieder (a_n) sind die Werte von n , wobei n gibt die Nummer des Folgegliedes an. (a_n) ist also das n -te Folgeglied, sein Vorgänger ist dann a_{n-1} und sein Nachfolger a_{n+1}

Beispiel 1: $(a_n) = 3n + 1$; $a_0=1, a_1=4; a_2=7; a_3=10$ usw

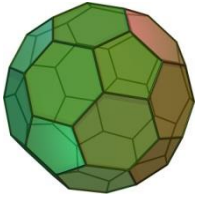
Beispiel 2: $(a_n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ $a_0=1, a_1=\frac{1}{2}; a_2=\frac{1}{4}; a_3=\frac{1}{8};$ usw



Übung 1: Finde das Bildungsgesetz der Folge mit den Anfangsgliedern:
 $a_0=2; a_1= -4; a_2= 8; a_3= -16; a_4= 32$ usw

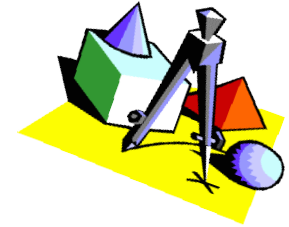
Übung 2: Denke dir selbst eine Folge aus und lass deinen Nachbarn das Bildungsgesetz raten.

$(1-u) \cdot (z^{-1}) = u e : 8uns07$



Folgen

Mathematik Klasse 12



Arithmetische und geometrische Folgen

Definition: Eine Folge heißt arithmetische Folge, wenn die Differenz zweier benachbarter Folgenglieder konstant ist.

$$a_{n+1} - a_n = d$$

Definition: Eine Folge heißt geometrische Folge, wenn der Quotient zweier benachbarter Folgenglieder konstant ist.

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = q$$

Beispiel 1 : -5; -1; 3; 7 ... (arithmetische Folge)

Beispiel 2 : -2; -6; -18; -54 ... (geometrische Folge)

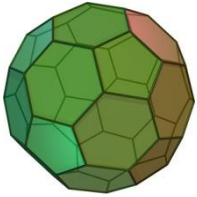
Übung 1: Finde das Bildungsgesetz einer arithmetischen Folge

Übung 2: Finde das Bildungsgesetz einer geometrischen Folge

Übung 3: Finde eine Folge, die weder arithmetisch noch geometrisch ist.

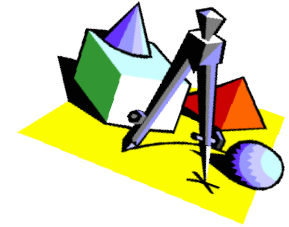
Lösungen
Übung 1: $a_n = a_0 + d \cdot n$
Übung 2: $a_n = a_0 \cdot q^n$





Folgen

Mathematik Klasse 12



Monotonie bei Folgen

Definition:

Eine Folge heißt monoton steigend bzw fallend, wenn für alle n gilt: $a_{n+1} \geq a_n$ bzw $a_{n+1} \leq a_n$.

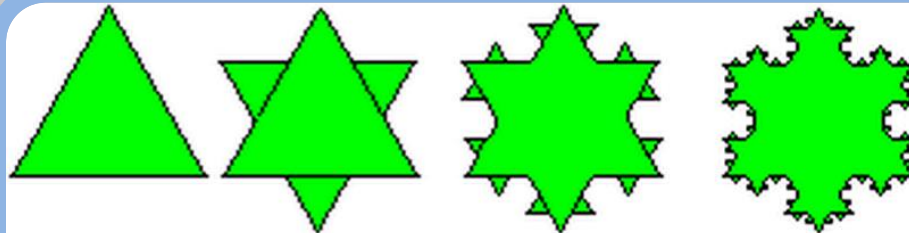
Eine Folge heißt streng monoton steigend bzw streng monoton fallend, wenn für alle n gilt:
 $a_{n+1} > a_n$ bzw $a_{n+1} < a_n$.

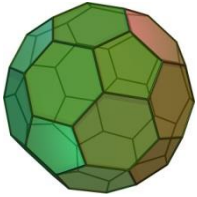
Übung 1: Überprüfe, ob die Folge $\left(\frac{1}{n+1}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ streng monoton fallend ist.

Übung 2: Überprüfe, ob die Folge $\left(\frac{n^2+1}{n}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ streng monoton steigend ist.

Übung 3: Überprüfe, ob die Folge $\left(\frac{n^2}{2n-2}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ monoton steigend ist.

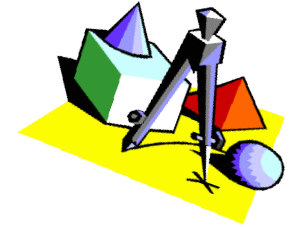
Übung 4: Was kann man über die Folge der Längen der neben stehenden Figur sagen





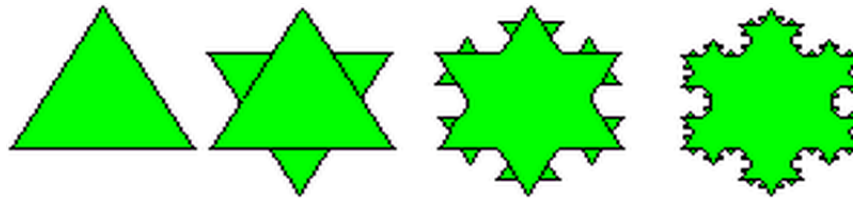
Folgen

Mathematik Klasse 12



Koch's Schneeflocke

Lösung zu der Koch - Schneeflocke



Umfang	U	$\frac{4}{3} U$	$\frac{16}{9} U$	$\frac{64}{27} U$	$U_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n U$
Fläche	A	$\frac{4}{3} A$	$\frac{40}{27} A$	$\frac{376}{243} A$	$A_n = \left(\frac{8}{5} - \frac{3}{5}\left(\frac{4}{9}\right)^n\right) A$

Hier entsteht also die merkwürdige Situation, dass die Fläche der Schneeflocke begrenzt ist, während ihr Umfang über alle Grenzen wächst !