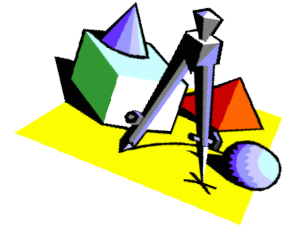


Aufgabenblatt 8 / Klasse 12



Exponentielles Wachstum und Zerfall

Aufgabe 1 exponentielles Wachstum

Das Gehalt eines Azubis in einer Schreinerei steigt jährlich um 2,5 %. Trage die fehlenden Werte ein.

	Gehaltssteigerung: 2,5% $q = 1,025$			
1. Jahr W_0	560 €	640 €	720 €	800 €
2. Jahr W_1	<input type="text"/> €	<input type="text"/> €	<input type="text"/> €	<input type="text"/> €
3. Jahr W_2	<input type="text"/> €	<input type="text"/> €	<input type="text"/> €	<input type="text"/> €

Aufgabe 2 exponentielles Wachstum

Frau Lehmann legt zur Geburt ihrer Tochter 1000 € an, die mit 2,3 % verzinst werden. Wie viel Geld könnte die Tochter zu ihrem 18. Geburtstag abheben, wenn sich der Zinssatz nicht verändert? Runde auf Cent.

Aufgabe 3 exponentieller Zerfall

Hans besitzt einen Würfel mit 5 cm Kantenlänge aus farbigem Glas. Das durchstrahlende Licht verliert darin pro Zentimeter 6 % seiner Intensität. Auf wie viel Prozent seines anfänglichen Wertes (100 %) hat sich die Intensität des Lichtes nach gradem Durchqueren des Würfels abgeschwächt? Runde auf ganze Prozent.

Aufgabe 4 exponentieller Zerfall

Der Wirkstoff eines Medikamentes wird im Körper exponentiell abgebaut. Von den eingenommenen 0,8 g Wirkstoff sind nach 4 Stunden noch 0,31 g im Körper vorhanden. Um wie viel Prozent nimmt die Wirkstoffmenge stündlich ab? Runde auf eine Nachkommastelle.

Aufgabe 5 exponentieller Zerfall

Der Holzbestand eines Waldes hat in den letzten 5 Jahren jährlich um 3,5 % abgenommen und liegt jetzt bei 31 799. Wie hoch war er vor 5 Jahren? Runde auf Tausender.

Aufgabe 6 exponentieller Zerfall

Eine Substanz S hat eine Halbwertszeit von 3 Wochen.

- Prozentuale Abnahme pro Tag?
- Wie viel ist nach einem Jahr (52 Wochen) noch vorhanden?
- Wann ist noch 1 Promille vorhanden?

Aufgabe 7 exponentieller Zerfall

Ein Fass enthält 100 Liter reinen Alkohol. Täglich wird dem Fass ein Liter entnommen und durch Wasser ersetzt. Nach wie vielen Tagen ist die Alkoholkonzentration erstmals unter 55%?

Aufgabenblatt 8 / Klasse 12

Lösungsvorschlag

Aufgabe 1 trivial

Aufgabe 2 An ihrem 18. Geburtstag kann sich die Tochter über 1505,78 € freuen.

Aufgabe 3 $W_5 = 0,94^5 = 0,7339... \approx 73\%$.

Die Intensität des Lichtes hat sich auf ungefähr 73% der ursprünglichen Intensität abgeschwächt.

Aufgabe 4 $W_0 = 0,8$, $W_4 = 0,31$, $n = 4$, $q = 1 - p$, gesucht p :

$$0,31 = 0,8 \cdot (1 - p)^4 \Leftrightarrow$$

$$0,31 : 0,8 = (1 - p)^4 \Leftrightarrow$$

$$0,3875 = (1 - p)^4 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt[4]{0,3875} = 1 - p \Leftrightarrow$$

$$0,78898... = 1 - p \Leftrightarrow$$

$$p \approx 21\%.$$

Die Wirkstoffmenge nimmt stündlich um etwa 21,1% ab.

Aufgabe 5 Vor 5 Jahren war der Bestand etwa 38000 m³.

Aufgabe 6 a) $0,5 = 1 \cdot q^{21} \Rightarrow q = 0,9675 \Rightarrow p = \mathbf{3,25\%}$

b) $q = \sqrt[21]{0,5}$, $W_n = 1 \cdot q^{364} \Rightarrow 0,5^{364/21} = \mathbf{6 \cdot 10^{-6}}$

c) $q = \sqrt[21]{0,5}$, $0,001 = 1 \cdot q^n \Rightarrow \log 0,001 = n \cdot \log q \Rightarrow \mathbf{n = 209,3}$

Aufgabe 7 $W_0 = 100$ Liter, $W_n = 55$ Liter, $q = 0,99$, $n = ?$

$$55 > 100 \cdot 0,99^n \Leftrightarrow \text{(wegen } |:100 \text{)}$$

$$\log 0,55 > n \cdot \log 0,99 \Leftrightarrow \text{(log ist negativ)}$$

$$\log 0,55 / \log 0,99 < n \Leftrightarrow$$

$$59,48 < n$$

Nach 60 Tagen ist die Konzentration erstmalig kleiner als 55%