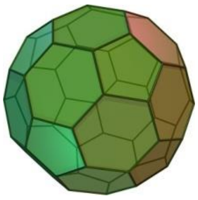
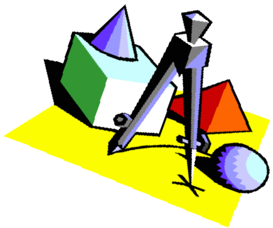


Aufgabenblatt 2 / Klasse 12

Monotonie und Krümmungsverhalten



Aufgabe 1

Bestimme die Monotonie- und Krümmungsbereiche der Funktion:

$f(x) = \frac{1}{4}x^3 + 2x^2 - 3,\ x \in \mathbb{R}$

$g(x) = \frac{1}{6}x^3 + 2x^2 + 6x\ ,\ x \in \mathbb{R}$

Denke dir 2 weitere, nicht zu einfache Aufgaben dieser Art aus und bestimme Monotonie- und Krümmungsverhalten. Gib die Aufgabe an deinen Nachbarn zur Korrektur und besprecht die jeweiligen Aufgaben.

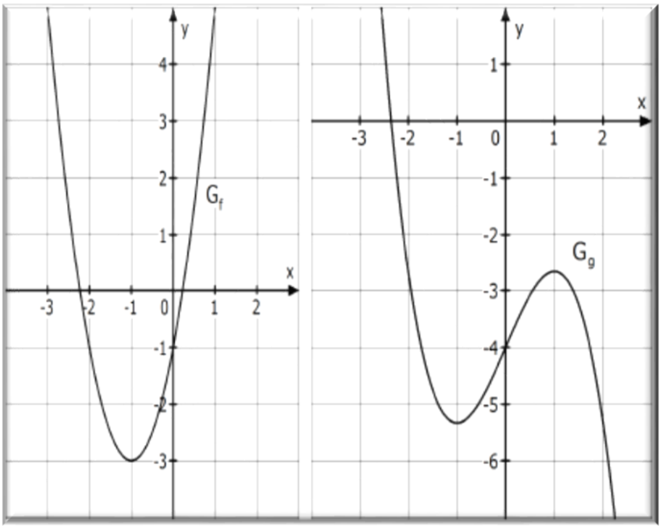
Aufgabe 2

Welcher Ausdruck bezeichnet ein Intervall? Schreibe die Mengen, die Intervalle sind, als Intervall
Zeichne einen Zahlenstrahl und markiere die entsprechenden Abschnitte auf den Strahl

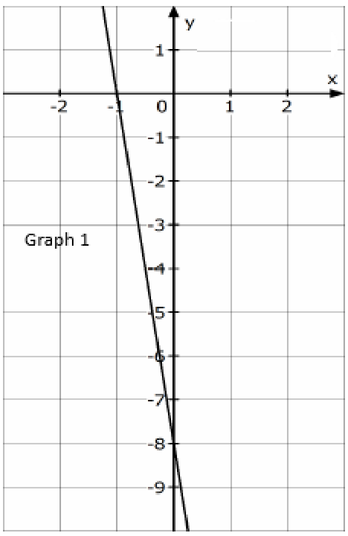
a) $[0, 1] \cup (1, 2]$ b) $[-1, 0] \cup [2, 3]$ c) $[-2, 3] \cap (-2, 4)$ d) $(2, 5] \setminus (4, 5]$

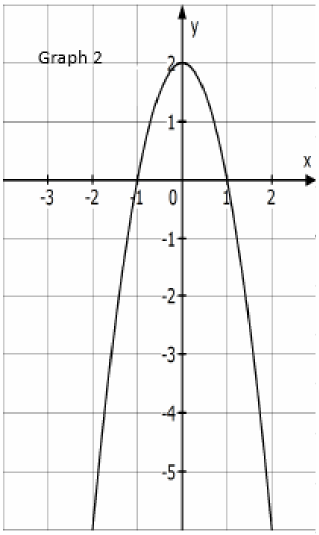
Aufgabe 3

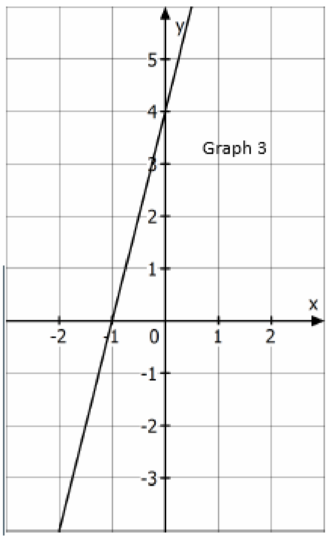
Du siehst hier neben stehend die Graphen der Funktionen f und g:

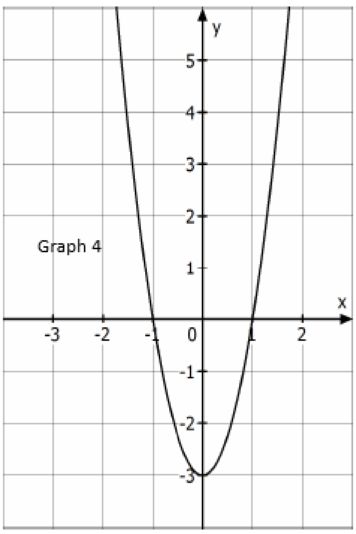


Außerdem gibt es hier 4 weitere Graphen. Zwei von ihnen sind Ableitungen von f(x) bzw g(x). Welches sind die Ableitungen? Begründe deine Auswahl stichhaltig.





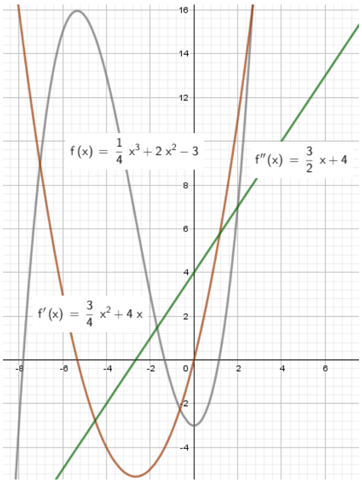




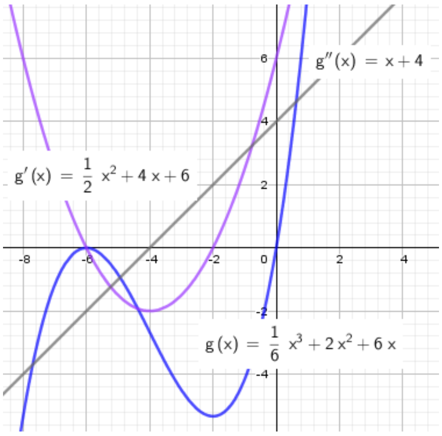
Aufgabenblatt 2 / Klasse 12

Lösungsvorschlag

Aufgabe 1



Für $-\infty < x < -\frac{16}{3}$ ist die Funktion monoton steigend.
Für $-\frac{16}{3} < x < 0$ ist die Funktion monoton fallend.
Für $0 < x < \infty$ ist die Funktion monoton steigend.
Für $-\infty < x < -\frac{8}{3}$ ist die Funktion links gekrümmt.
Für $-\frac{8}{3} < x < \infty$ ist die Funktion rechts gekrümmt.



Für $-\infty < x < -2$ ist die Funktion monoton steigend.
Für $-6 \leq x \leq -2$ ist die Funktion monoton fallend.
Für $-2 < x < \infty$ ist die Funktion monoton steigend.
Für $-\infty < x < -4$ ist die Funktion rechts gekrümmt.
Für $-4 < x < \infty$ ist die Funktion links gekrümmt.

Aufgabe 2

a) [0, 2] b) kein Intervall c) (−2, 3] d) (2, 4]

Aufgabe 3

Graph von f(x):
Die Parabel hat an der Stelle $x = -1$ ein lokales Minimum. Das bedeutet, dass die Ableitungsfunktion an der Stelle $x = -1$ eine Nullstelle mit einem Vorzeichenwechsel von − nach + besitzen muss.
Hier kommen nur die Graph 2 und 3 in Frage.
Es ist jedoch **Graph 3.**
1. Argument: f(x) ist eine Parabel (Funktion 2.Grades) und das Graph der Ableitungsfunktion ist daher eine Gerade
2. Argument: Da f(x) bei $x = 1$ keinen Punkt mit waagrechter Tangente besitzt, kann Graph 2 nicht die Ableitungsfunktion von f(x) sein.

Graph von g(x):
Das Graph hat bei $x = -1$ und $x = 1$ zwei Extremstellen. Das bedeutet, dass die Ableitungsfunktion an den Stellen $x = -1$ und $x = 1$ eine Nullstelle mit einem Vorzeichenwechsel besitzen muss. Also kommen nur der Graph 2 und Graph 4 in Frage.
An der Stelle $x = -1$ ist es ein Vorzeichenwechsel von − nach +.
An der Stelle $x = 1$ ist es ein Vorzeichenwechsel von + nach −.
Die zugehörige Ableitungsfunktion ist also **Graph 2**.