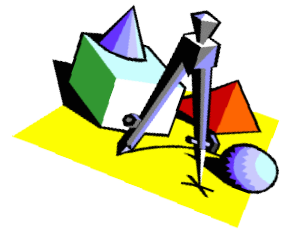




Aufgabenblatt 4 / Klasse 12



Bestimmtes Integral

Regel zu den Eigenschaften des bestimmten Integrals:

$$\int_a^a f(x) dx = 0 \quad (\text{gleiche Grenzen})$$

$$\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx \quad (\text{Vertauschung der Grenzen})$$

$$\int_a^b c \cdot f(x) dx = c \cdot \int_a^b f(x) dx \quad (\text{Faktorregel})$$

$$\int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx = \int_a^b (f(x) + g(x)) dx \quad (\text{Summenregel})$$

$$\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx \quad (\text{Zusammenfassung der Grenzen})$$

Aufgabe 1 Berechne das bestimmte Integral:

a) $\int_0^1 x^4 dx$

b) $\int_{-5}^5 f(x) dx$ mit $f(x) = x(x^2 - 1)$

c) $\int_0^2 (x^3 - 6x^2 + 5x + 2) dx$

d) $\int_{-2}^4 (x^2 - 2x - 3) dx$

Aufgabe 2 Flächenberechnung

Berechne die Fläche, die von den beiden Funktionen $f(x) = (x - 4)^2 + 1$ und $g(x) = -x + 7$ eingeschlossen wird.

- Skizziere die Funktionen
- Berechne die Schnittpunkte
- Berechne die Differenzfunktion
- Berechne das unbestimmte Integral der Differenzfunktion
- Berechne das bestimmte Integral in den Grenzen der Schnittpunktkoordinaten

Aufgabenblatt 4 / Klasse 12

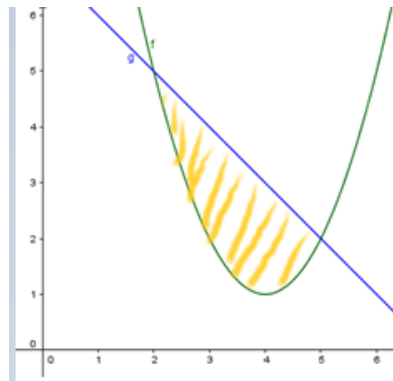
Lösungsvorschläge

Aufgabe 1 Berechne das bestimmte Integral

- a) $\frac{1}{5}$
- b) 0
- c) 2
- d) -6

Aufgabe 2 Flächenberechnung

- a) Skizze



- b) x-Koordinaten der Schnittpunkte berechnen: $x_1 = 2$ und $x_2 = 5$
- c) Differenzfunktion berechnen: $h(x) = g(x) - f(x) = -x^2 + 7x - 10$
- d) Stammfunktion von $h(x)$ berechnen: $H(x) = \int h(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{7}{2}x^2 - 10x$
- e) Fläche berechnen: $H(5) - H(2) = \int_2^5 h(x) dx = 4,5$.

2. Möglichkeit: :

Fläche A_g unter $g(x)$:

$$\int_2^5 g(x) dx = \int_2^5 (-x + 7) dx = \left[-\frac{1}{2}x^2 + 7x \right]_2^5 = -\frac{25}{2} + 35 - \left(-\frac{4}{2} + 14 \right) = 10\frac{1}{2}$$

Fläche A_f unter $f(x)$

$$\int_2^5 f(x) dx = \int_2^5 ((x-4)^2 + 1) dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 17x \right]_2^5 = \frac{125}{3} - 100 + 85 - \left(\frac{8}{3} - 16 + 34 \right) = 6$$

Fläche $A_g -$ Fläche $A_f = 4,5$