

Stochastik:**1. Mengenalgebra: (___ /8)**

Eine Seite in einem Buch kann einen Druckfehler (D) oder einen fachlichen Fehler (F) enthalten. Eine Seite des Buches wird zufällig aufgeschlagen. Erstellen sie für folgende Ereignisse geeignete Venn-Diagramme und beschreiben Sie diese mit den Ereignissen D und F:

K: Die Seite ist fehlerfrei.

L: Die Seite hat entweder einen Druckfehler oder einen fachlichen Fehler.

M: Die Seite hat keinen fachlichen Fehler.

N: Die Seite hat genau einen der beiden Fehler.

2. Baumdiagramm (___ /12)

Eine Produktion elektronischer Bauteile hat einen Ausschuss von 15%. In der Endkontrolle wird ein nicht voll funktionsfähiges Bauteil mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% erkannt. Ein einwandfreies Bauteil wird in der Endkontrolle mit einer Wahrscheinlichkeit von 4% versehentlich reklamiert.

- Erstellen Sie ein vollständiges Baumdiagramm.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Bauteil nicht funktionsfähig, wenn es in der Endkontrolle reklamiert wurde.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Bauteil voll funktionstüchtig, wenn es die Endkontrolle unbeanstandet passiert hat.

Analysis: (___ /28)

Untersuchen Sie die Funktion $f(x) = 2x^4 + 7x^3 + 5x^2$ mit $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$ auf

- Symmetrie (___/2)
- Nullstellen (___/4)
- Das Verhalten im Unendlichen (___/2)
- Auf Monotonie (___/4)
- Bestimmen sie die Extremwerte von f (___/5)
- Skizzieren Sie mit diesen Erkenntnissen den Graphen von f (___/6)
- Bestimmen und zeichnen Sie die Tangente an f durch den Punkt $(-1 | f(-1))$ (___/4)

Lösungsvorschlag

zur Analysisaufgabe:

a) es liegt keine Symmetrie vor, da sowohl gerade als auch ungerade Exponenten von x vorkommen.

$$b) 2x^4 + 7x^3 + 5x^2 = 2x^2(x^2 + \frac{7}{2}x + \frac{5}{2}) \Rightarrow$$

$x_0 = 0$ ist doppelte Nullstelle

$x_1 = -1$ ist einfache Nullstelle (mit Mitternachtsformel)

$x_2 = 2,5$ ist einfache Nullstelle (mit Mitternachtsformel)

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$ da Term mit höchster Potenz positiv ist für $x \mapsto \infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ da Term mit höchster Potenz positiv ist für $x \mapsto -\infty$

d) Monotonie:

$$f'(x) = 8x^3 + 21x^2 + 10x = 8x(x^2 + \frac{21}{8}x + \frac{10}{8}) \Rightarrow$$

$x_0 = 0$ ist doppelte Nullstelle

$x_1 = -0,625$ ist einfache Nullstelle (mit Mitternachtsformel)

$x_2 = -2$ ist einfache Nullstelle (mit Mitternachtsformel)

mit Monotonietabelle:

in $(-\infty; -2]$ monoton fallend

in $[-2; -0,625]$ monoton steigend

in $[-0,625; 0]$ monoton fallend

in $[0; \infty)$ monoton steigend

e) Extremwerte:

$$f'(x) = 0 \text{ und } f''(x) \neq 0$$

Nullstellen aus d) in $f'(x)$ einsetzen liefert:

$$f''(0) = 10 > 0 \Rightarrow \text{TP bei } x_0 = 0$$

$$f''(-0,625) < 0 \Rightarrow \text{HP bei } x_1 = -0,625$$

$$f''(-2) > 0 \Rightarrow \text{TP bei } x_2 = -2$$

g) Tangente:

Tangente hat Form:

$h(x) = mx + t$ wobei m die Steigung von f im Punkt $(-1 | f(-1))$ ist, dh

$$m = f'(-1) = 3$$

$$\text{Außerdem ist } h(-1) = f(-1) = 0 \Rightarrow h(x) = 3x + t \text{ und } h(-1) = 0 = 3 \cdot (-1) + t \Rightarrow t = 3$$

also gilt: $h(x) = 3x + 3$ ist Tangente im Punkt $(-1; 0)$

