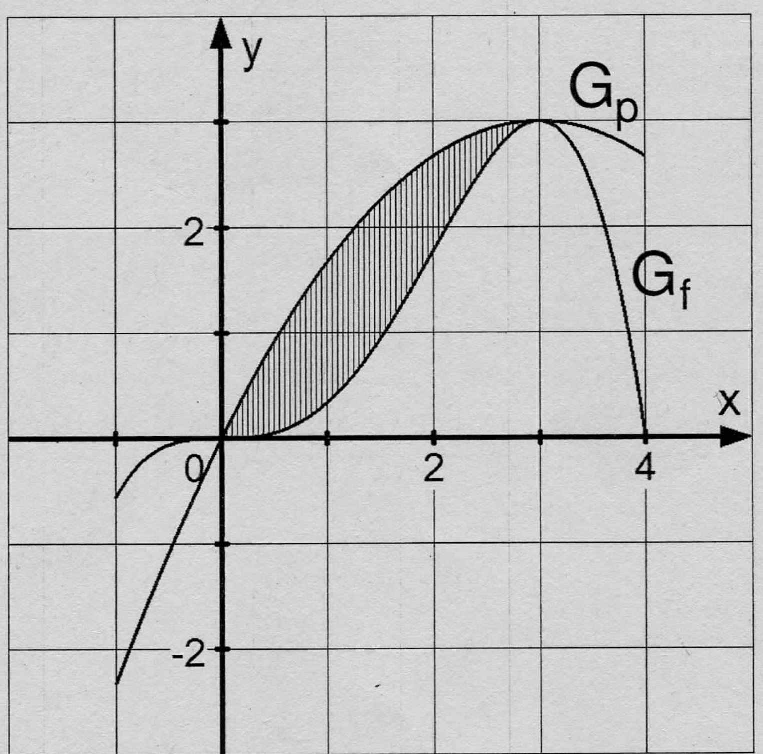
Aufg.	A I	BE
1.1	$f(x)=0 \Rightarrow \frac{1}{9}x^3(-x+4)=0 \Rightarrow x_1=0$ dreifache Nst, $x_2=4$ einfache Nst.	3
1.2	$f'(x)=\frac{1}{9}(-4x^3+12x^2)=\frac{4}{9}x^2(-x+3)$ $f'(x)=0 \Rightarrow x_1=0; x_2=3$ Z.B. unter Zuhilfenahme einer Skizze von $G_{f'}$: f ist streng monoton zunehmend im Intervall $]-\infty;3]$ und streng monoton abnehmend im Intervall $[3;\infty[$: $H(3\|3)$	7
1.3	$f''(x)=\frac{1}{9}(-12x^2+24x)=\frac{4}{3}x(-x+2)$ $f''(x)=0 \Rightarrow x_1=0; x_2=2$ jeweils einfache Nullstellen von f''. Mit $f(0)=0; f(2)=\frac{16}{9}; f'(0)=0; f'(2)=\frac{16}{9} \Rightarrow w_1: y=0; w_2: y=\frac{16}{9}(x-2)+\frac{16}{9}$	8
1.4	Graphen  	4
2.1	$p(x)=ax^2+bx+c; p'(x)=2ax+b$ $p(0)=0; p(3)=3; p'(3)=0 \Rightarrow$ z.B. mit Einsetzverfahren $p(x)=-\frac{1}{3}x^2+2x$ oder über Scheitelpunktform Graph siehe 1.4	8
2.2	Markierung $A=\int_0^3(p(x)-f(x))dx=\int_0^3(\frac{1}{9}x^4-\frac{4}{9}x^3-\frac{1}{3}x^2+2x)dx=\left[\frac{1}{45}x^5-\frac{1}{9}x^4-\frac{1}{9}x^3+x^2\right]_0^3=2{,}4$	5

A I

1.0 Gegeben ist die ganzrationale Funktion $f: x \mapsto \frac{1}{9}(-x^4 + 4x^3)$ mit der Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R}$. Der Graph der Funktion f wird mit G_f bezeichnet.

1.1 Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion f mit der jeweiligen Vielfachheit. (3 BE)

1.2 Ermitteln Sie die maximalen Monotonieintervalle der Funktion f sowie Art und Koordinaten des Extrempunktes des Graphen G_f. (7 BE)

1.3 Bestimmen Sie die Gleichungen aller Wendetangenten an den Graphen G_f. (8 BE)

1.4 Zeichnen Sie den Graphen G_f unter Mitverwendung vorliegender Ergebnisse im Bereich $-1 \leq x \leq 4$ in ein kartesisches Koordinatensystem. Für weitere Teilaufgaben wird auf der y-Achse der Bereich $-3 \leq y \leq 3$ benötigt. Maßstab: 1 LE = 1cm. (4 BE)

2.0 Betrachtet wird weiter die quadratische Funktion p mit der Definitionsmenge $D_p = \mathbb{R}$. Ihr Graph wird mit G_p bezeichnet.

2.1 Die Parabel G_p berührt den Graphen G_f aus 1.0 im Punkt $B(3\,|\,3)$ und verläuft durch den Koordinatenursprung. Bestimmen Sie p(x) und zeichnen Sie die Parabel G_p im Bereich $-1 \leq x \leq 4$ in das vorhandene Koordinatensystem ein. (8 BE)

[Mögliches Ergebnis: $p(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 2x$]

2.2 Die Graphen G_f und G_p schließen im I. Quadranten des Koordinatensystems ein endliches Flächenstück ein.
Markieren Sie dieses Flächenstück in Ihrer Zeichnung und berechnen Sie die Maßzahl seines Inhalts. (5 BE)

2.3 Berechnen Sie die Koordinaten desjenigen Schnittpunkts der Graphen G_f und G_p, der im III. Quadranten des Koordinatensystems liegt. (7 BE)

IV

2.4 Bestimmen Sie die Steigungen der beiden Geraden durch den Punkt $T(3\,|\,4)$, die den Graphen G_p berühren. (6 BE)

Fortsetzung siehe nächste Seite